

カルキングVer8 - 数式処理と数式を含む文の作成とに優れたツール

1. はじめに

昨年ソフトウェア特集の一つのテーマに、カルキングを取り上げた。しかし、カルキングは膨大な機能を持っているので、紹介できたのはほんの一部であった。カルキングはその後 Ver8 にバージョンアップされ、機能も更に向上された。バージョンアップ後も、改良が加えられ、ユーザは改良版をいつでもインターネットを通して、無料でしかも簡単にインストールできる。この特集では、二つの点に着目して、解説をしたい。一つは、充実した数式処理の機能について、もう一つは、数式エディタと一体化した作図機能を含む文章作成ソフトの機能についてである。この文章も実は、カルキングで作成した。文章作成ソフトウェアとしてカルキングを見ると、単に使いやすいだけでなく、作成した原稿がそのまま、HTMLの文書にも、AmS₂LaTeX (米国数学会で採用しているTeX)にも、直ちにカルキングの中で変換できる点にある。筆者は永らくM社の文章作成ソフトウェアと、その中の数式エディタを使用してきたが、カルキングを使うことで、数式エディタを使う苦勞から解放されたようである。使いやすさで付言すると、目に見える範囲で誤りが見付かるように設計されていること、及びM社の文章作成ソフトに比べ、マウスでのクリック回数が半分以下になったと思われることである。多くのC言語のコンパイラでは、全角のスペースと半角のスペースを区別している。これは見た目では区別できない。このことは学生を悩ませることになった。かなりの時間を全角のスペースと格闘することになったのである。コメントに日本語が使えるのが原

因であった。カルキングはこの点について親切的な対応をしている。カルキングでは、Mapleのように式の終わりに“;”をつけない。このため2行以上にわたって書かれて式が本当は1行の繋がった式か、そうでないかが見た目では分からない。また、配列の要素指定は多くのプログラム言語では、“[]”を用いて表すが本来数学の記号では、 $a_{i,j,k}$ のように表したい。一方単に添え字のついた変数も同じ様に表したいことがある。カルキングでは、一見して同じでもその式を指定(マウスを使って囲むとその部分が青色の点線で囲まれる)することで目でみて区別できるように工夫されている。以下ページ数の都合で筆者が特に重要だと感じた点に絞って解説することにする。

2. カルキングVer8の数式処理機能

まず出来る主な機能を改めて列挙しよう。

1) 代数演算

式の展開、同類項のまとめ、因数分解、及び n の計算、 ${}_n P_k$ 及び ${}_n C_k$ を含む代数計算ができる。和及び積がいずれも一つの式で簡単に書ける。例えば、

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^4$$

2) 解析計算

極限値の計算、微分、偏微分、定積分ができる。Ver8では常微分方程式、多元多次元連立方程式も解けるようになった。また極限計算や不定積分も自由に扱えるようになった。

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^3}{x^3} = 1$$

$$\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 \quad \int x \sin x dx = -x \cos x + \sin x$$

$(-1)^i = 23.140692632779267$ これは, e で複素数の計算ができることを示している。

3) 数値計算

初等関数, ガンマ関数, ヘビーサイド関数, ベータ関数, (1種及び2種の) ベッセル関数の計算が出来る。代数方程式の解を求める, 微分方程式の解を求めることなどができる。C言語などで書かれた数値計算ライブラリではせいぜい16桁の精度でしか計算できないから高精度で計算できることは有難い。例えば二つの大きな数の最大公約数を求めてみる。

$$a = 13^{123} \times 17^{15}$$

$$b = 19^{77} \times 17^{10} \quad \text{とすると,}$$

$$\text{gcd}(a,b) = 2015993900449$$

となる, しかもこの計算は, この紙面でこのまま計算できる。

$$17^{10} = 2015993900449$$

だから正しく計算されている。

$$a = 2.96323540768230173532543463281206271979160013247915755174380410629168191451870878651443492762671098208528780543500652463918027515479281839351199060636346021 \times 10^{155}$$

$$b = 5.86835647276976041897153506804082114442412999993475139166642564459068796537888745575380907055903846768318081411 \times 10^{110}$$

このような大きな数の最大公約数をユークリッドの互除法で求めるには, 整数の割り算で余りを求める必要がある。大きな数の割り算の余りを求めるのは, 大変である。これが苦も無く求められるのは素晴らしい。カルキングではスクリプトの形を使えば, どんなプログラムでも書ける。しかも, 高精度で行える。例えばカルキングでは, 代数方程式を入力し, 実行 - 方程式 - 一元多項式と選択すると解が直ちに得られる。

現在では, 係数が実数である必要があるが, 次に挙げるように, スクリプトを使ってプログラムを作れば, 複素数でも同じに扱える。

$$\sin(0.12) = 0.11971220728891936$$

$$= 3.14159265358979$$

$$e = 2.71828182845905$$

$$\text{Pi} = 3.14159265358979323846264338$$

$$x = \{0, 0, 0\}$$

```
f(x,n)
wf=1
for k = 1 to n step 1
wf=wf * x + c_k
return wf
```

方程式の最高次の係数を1とし, 配列cに係数を降幂順にいれる。

$$x^3 + x^2 - 3x + 2 = 0$$

の解をカルキングで求めたものは次のとおり。

$$x = -2.511547141694531984$$

$$x = 0.75577357084726604 + 0.47447677800732685i$$

$$x = 0.75577357084726604 - 0.47447677800732685i$$

$$c = \{1, -3, 2\}$$

```
ini(n,r)
for k = 1 to n step 1
x_k = r(cos(2Pik/n) + i * sin(2Pik/n))
return 0
```

```
durand(f,m,n,mm)
ini(n,mm)
for k = 1 to m step 1
for s = 1 to n step 1
wduran=1
for t = 1 to n step 1
wduran=wduran * (x_s - x_t)
wduran=wduran
x_s = x_s - f(x_s,n) / wduran
u = (n+1)(k-m+1) + s
Sheet1_1,u = x_s
u = u
return 0
```

パラメータは左から方程式の左辺の値を計算する関数名, 繰り返し回数, 方程式の次数, 解を含む円の半径の値(予測値, 係数の絶対値の最大値 + 1)

durand(f,10,3,4)=0

0.75577357084198238 + 0.47447677802422744i
-2.5115471416945248 + 6.9988624072047344 × 10 ⁻¹⁵ i
0.75577357084726593 - 0.47447677800732702i
0.75577357084726604 + 0.47447677800732674i
-2.5115471416945319
0.75577357084726604 - 0.47447677800732685i

複素数を係数とする方程式の場合の例

$$x^3 + (1+i)x^2 + (-3+5i)x + 2 - 3i = 0$$

c={1+i, -3+5i, 2-3i}

```
durand1( f,m,n,mm )
ini(n,mm)
( for k = 1 to m step 1 )
( for s = 1 to n step 1 )
  wduran=1
  ( for t = 1 to n step 1 )
    { wduran=wduran × (xs-xt)   s t
      wduran=wduran               s=t
    }
    xs=xs-f(xs,n)/wduran
    u=(n+1)(k-m+1)+s
    { Sheet21,u=xs   k>m-2
      u=u             k<m-1
    }
  return 0
```

durand1(f,15,3,6)=0

出力をSheet2にするためだけの変更をした。もし変更しないで実行すると, 上の表に重ね書

y={ {0.563107578717864015391015132566247842787392397888108407947278 + 0.1247831277460520454185464520387783043729341707816270616436711i}, {-2.79705405430681168943122137067916918691652572690760056107452+ 0.665428875226452026667446538311570436407968195740207084969947i}, {1.23394647558894767404020623811292134412913332901949215312724 -1.79021200297250407208599299035034874078090236652183414661362i}}

きされる。このように, 係数は複素数でも同じに解ける。ほんの少しプログラムの修正と追加をし, 実数の対で複素数を表すと, 1000桁の精度で計算するプログラムに変えることが出来る。計算時間も僅かである。ここで結果だけ載せる。但し見やすいように複素数の形にし精度は60桁で計算したもの。1000桁でも構わない。

-2.7970540543068116 + 0.66542887522645189i
0.56310757871786399 + 0.12478312774605201i
1.2339464755889475 - 1.7902120029725042i
-2.7970540543068116 + 0.665428875226452i
0.56310757871786399 + 0.12478312774605201i
1.2339464755889478 - 1.7902120029725042i

カルキングVer8では, プログラムを別のファイルにし, パラメータだけを入力すれば計算する機能が追加された。これは, 自分で作ったプログラムをライブラリ化し, それを組み込み関数と同様に使えるようにする機能である。

4) 線形計算

行列の演算, 連立一次方程式の求解, 行列式の計算ができる。固有値及び固有ベクトルの計算が出来る。

5) グラフ作成

2次元, 3次元のグラフが描ける。グラフの拡大, 縮小が出来る。

3次元グラフはマウスを使い, 図形の立体的な回転も出来る。中学高校の数学教科書に出てくる図形は殆ど出来る。更に, 化学式の構造式を簡単に表示できるプログラムも用意されている。葡萄糖の構造式, ニトロベンゼンの構造式を計算機で図示する作業は大変である。それが吃驚するほど簡単にできることを後に示す。

3.1カルキングによる入力

3.1.1 カルキングによる数式を含む入力法
数式を含む文を作成するとき, 使いたい記号

日本文と式が混じった文章を入力しようとする
と、フォントの切り替えが煩わしい。ところがカル
キングは素晴らしい方法で解決している。最初
それに気づかなかったが、マニュアルに例をあ
げて説明してあった。文中の変えたいフォント
を、マウスの右ボタンで指定してクリックすると
図3.3のように表示されるので、“書式の引用”
を選べばフォントの変更が出来る。では、実際
に数式を含む文をカルキングで入力してみる。



図3.3 書式の引用

次の π は無理数であることの証明は, Niven
によって与えられたものである。

π は無理数である

補題1. $f(x) = \frac{x^n(q-px)^n}{n!}$ ここで, n, p, q は,
整数とおく。

$F(x) = \sum_{j=0}^n (-1)^j \binom{n}{j} f^{(j)}(x)$ とおくと, $F(0)$ 及び

$F\left(\frac{q}{p}\right)$ はともに整数となる。

補題2. $F'(x) = \frac{q}{p} F(x)$ とおくと,

$$0 < F(0) + F(\pi) = \int_0^\pi f(x) \sin x \, dx <$$

$$\int_0^\pi \frac{q^n x^n}{n!} \, dx < \frac{(nq)^{n+1}}{(n+1)!}$$

補題3. 式2で $n \rightarrow 2n$ とすると矛盾が生まれる。

$$f^{(k)}(0) = \left\{ \frac{((-1)^{k-n} n! C_{k-n}^{2n} p^{k-n} q^n)}{k!} \right\} / n!$$

補題1の証明

$f(x)$ は x の $2n$ 次の多項式で $n-1$ 次以下の
係数は0となる。従って,

$f^{(k)}(0) = 0$ が $0 \leq k < n$ に対して成り立つ。

また $n \leq k \leq 2n$ に対して

$$f^{(k)}(0) = \left\{ \frac{((-1)^{k-n} n! C_{k-n}^{2n} p^{k-n} q^n)}{k!} \right\} / n!$$

となる。

となるので $f^{(k)}(0)$ の値は整数となる。

$f\left(\frac{q}{p}\right) = f(x)$ となるので, $x = \frac{q}{p}$ に対して

$$f^{(k)}\left(\frac{q}{p}\right) = f^{(k)}(0) \times (-1)^k \text{ が成り立つ。}$$

従って,

$$f^{(k)}\left(\frac{q}{p}\right) = 0 \text{ が } 0 \leq k < n \text{ に対して成り立つ。}$$

また $n \leq k \leq 2n$ に対して,

$$f^{(k)}\left(\frac{q}{p}\right) = \{(\text{整数}) \times k!\} / n! \text{ となるので}$$

$f^{(k)}\left(\frac{q}{p}\right)$ の値は整数となる。従って,

$F(0)$ 及び $F\left(\frac{q}{p}\right)$ はともに整数となる。

補題2の証明

$F'(x) = \frac{q}{p} F(x)$ とおく。ここで q, p は共に自然数とす

る。 $f(x)$ は x の $2n$ 次の多項式だから,
 $f^{(2n+2)}(x) = 0$ となるので,

$$F''(x) + F(x) = f(x) + (-1)^n f^{(2n+2)}(x) = f(x)$$

$$(F'(x) \sin x - F(x) \cos x)' = F''(x) \sin x +$$

$$F(x) \sin x = f(x) \sin x$$

$0 < x < \pi$ で $\sin x \times f(x) > 0$ となるので,

$$0 < \int_0^\pi f(x) \sin x \, dx = [F(x) \sin x -$$

$$F(x) \cos x]_0^\pi = F(0) + F(\pi)$$

$$\int_0^a f(x) dx = \sin x + \cos 2x$$

また

$0 < x < \pi$ で $0 < \sin x < 1$, $(\rho x)^n < \rho^n$ となるので,

$$f(x) \sin x \leq \frac{\rho^n x^n}{\rho^n} \text{ となる。}$$

$$\text{従って, } \int_0^{\pi} f(x) \sin x dx < \int_0^{\pi} \frac{\rho^n x^n}{\rho^n} dx =$$

$$\frac{\rho^n \pi^{\rho^n+1}}{(\rho^n+1)!} < \frac{(\pi \rho)^{\rho^n+1}}{(\rho^n+1)!} \text{ が得られる。}$$

補題3の証明

式2で, $\frac{(\pi \rho)^{\rho^n+1}}{(\rho^n+1)!}$ は, ρ を十分大きくとれば

1より小さく出来る。従って,

$0 < f(0) + f(\pi) < 1$ とできる。ところが,

$f(0) + f\left(\frac{\rho}{\rho}\right)$ は整数であった。これは矛盾である。
QED

式のフォントをSMPLXフォントにし, 日本文は例えば, MSP明朝フォントにしたいとき, とりあえず直接入力で式を入力する。例えば次のように入力する。ついで, この式全体をマウスを使って指定する(式全体が青色の点線で囲まれる)。次に, フォントを示している欄をクリックし, SMPLX MARTINI を選ぶと次のように文字全体がSMPLXフォントの文字に変わる。

$$\int_0^a f(x) dx = \sin x + \cos 2x$$

M社の文章作成ソフトより随分早く作成できた。何より途中でメモリに格納できなくなって苦労して作成した文章が無駄になることが無かった。カルキングの凄いことはこれに留まらなかった。文の途中で1文字だけ, a のように字体を変えて入力する(Ctr-Shift-mを押して入力)ことや, 文字列を数式で置き換えることが出来る。

そして筆者は, カルキングの優れたところは, 単に数式処理, 2次元及び3次元の図形表示機能をもつだけでなく, カルキングで作成した文書全体をHTMLの文書に変換できること, 更にAmS_LaTeXの書類に変換できることにあると考える。米国数学会を始めとする外国の学会, 国内では電子情報通信学会など多くの学会で, 投稿論文を所定のTexで書くように定めているところがある。従って, これからの文章作成ソフトウェアは, Texに自動変換できることが必須であろう。作成したこの原稿全体をTexで作成した原稿に変換するには, ファイル - エクスポートを選ぶ。ついで, エクスポートの形式をTex形式にし, エクスポート先(変換後のデータの格納場所)をクリックすると変換を完了する。



図3.4 エクスポート

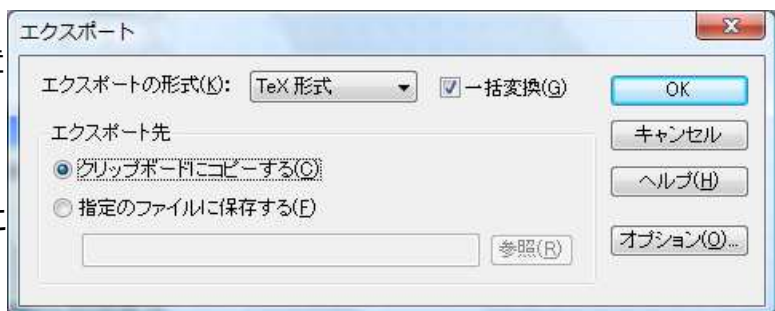


図3.5 Tex形式を選ぶ

この原稿全体を載せるにはページ数
が無駄になるので、次の短い例につ
いてのせる。HTMLの書類に変換す
るには、エクスポートの形式をHTML
の形式に選べばよい。



図3.6 Html 形式を選ぶ

変換例文

は無理数である

補題1. $f(x) = \frac{x^n (q-px)^n}{n!}$ ここで、 n, p, q は、整数とおく。

$F(x) = \sum_{j=0}^n (-1)^j f^{(2j)}(x)$ とおくと、 $F(0)$ 及び $F(\frac{q}{p})$ はともに整数となる。

補題2. $\pi = \frac{q}{p}$ とおくと、

$0 < F(0) + F(\pi) = \int_0^\pi f(x) \sin x \, dx < \int_0^\pi \frac{q^n x^n}{n!} \, dx < \frac{(nq)^{n+1}}{(n+1)!}$
となる。

補題3. 式2で $n \rightarrow \infty$ とすると矛盾が生まれる。

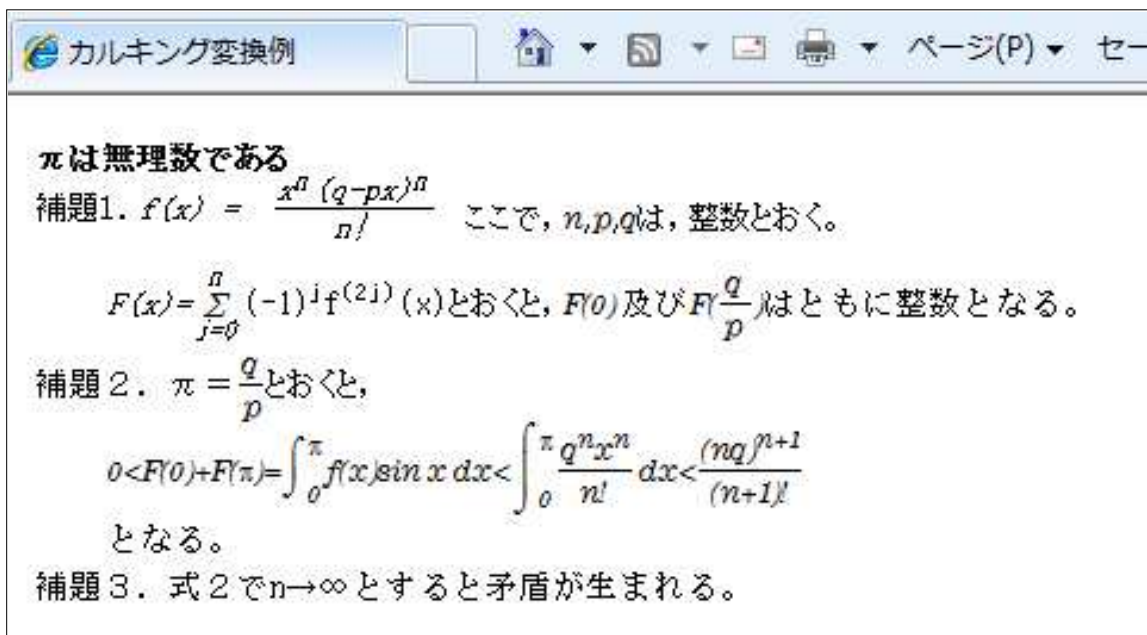


図3.7 Html文を戻したものの

次にTexに変換したものを載せる。

π は無理数である
 補題1. $f(x) = \frac{x^n (q-px)^n}{n!}$ ここで、 n, p, q は、整数とおく。
 $F(x) = \sum_{j=0}^n (-1)^j f^{(2j)}(x)$ とおくと、 $F(0)$ 及び $F(\frac{q}{p})$ はともに整数となる。
 補題2. $\pi = \frac{q}{p}$ とおくと、
 $0 < F(0) + F(\pi) = \int_0^\pi f(x) \sin x \, dx < \int_0^\pi \frac{q^n x^n}{n!} \, dx < \frac{(nq)^{n+1}}{(n+1)!}$
 となる。
 補題3. 式2で $n \rightarrow \infty$ とすると矛盾が生まれる。}

“編集 - 置換”を選ぶと、黄色の5行2列の枠が表示される。左欄に変換したい文字列を、右欄にそれを置き換えたい文字列を記入する。

図3.8 変換表の枠組み

x	$\sin x$
u	$\log x$
v	$\int_0^t f(x) dx + g(t)$

図3.9 変換表



図3.10 変換表の作成

次にその例を示す。

$$y = x^2 + 2x + 3$$

$$z = 5u^2 + 4u$$

$$w = \int_0^v f(x) dx + v$$



$$y = \sin x^2 + 2 \sin x + 3$$

$$z = 5 \log x^2 + 4 \log x$$

$$w = \int_0^v \int_0^t f(x) dx + g(t) f(x) dx + \int_0^t f(x) dx + g(t)$$

カルキングには編集の際の嬉しい機能の一つに、上下左右に対し文字および文章を微小な単位でずらせるものがある。行間が上に詰まり過ぎと思うときは、下に気の済むまで下げられるし、式の間微小なスペースを入れたとき

などに便利である。この機能は単に“ある”というだけでなく、使いやすいのである。右辺の第1項の積分の積分範囲を少し上に移してみよう。ここでは、目に見えるよう大きく動かしてみるが、実際には目に見えないような単位で動かせるようになっている。まずその動かしたい部分をマウスを使って、指定するとその部分が青色の点線で囲まれる。ついで矢印キー（通常キーボードの右についている）を押すと移動する。

$$w = \int_0^v \int_0^t f(x) dx + g(t) f(x) dx + \int_0^t f(x) dx + g(t)$$

図3.11 微調節

$$w = \int_0^v \int_0^t f(x) dx + g(t) f(x) dx + \int_0^t f(x) dx + g(t)$$

3.2 図形の作成

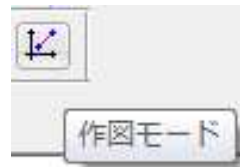
中学高校などの数学の問題を作成する際、三角形及び内接、外接する円を書きたいことがよくある。手書きのときは、定規とコンパスで描くが、計算機上で作るときは、案外面倒なものである。まして、綺麗な図形にしようすると大変である。カルキングでは、解析幾何による式を、図形にすることも出来るが、作画機能だけで作成することもできる。ここでの方法はサポートセンターに教わった誰にもできるものである。話題は三角形の作図に関するものである。

3.2.1 三辺の長さを与え、三角形及び外接円を描く。

三辺の長さ7,8,9の三角形を描き、ついで外接円を描く。



図3.12 作図モード



オプション - 作図モードを選ぶか、左図のアイコンをクリックすると作図モードに変わる。カルキングでは、殆どの機能が一つのボタンで選べるように工夫されている。



図3.13 作図モードでのアイコン

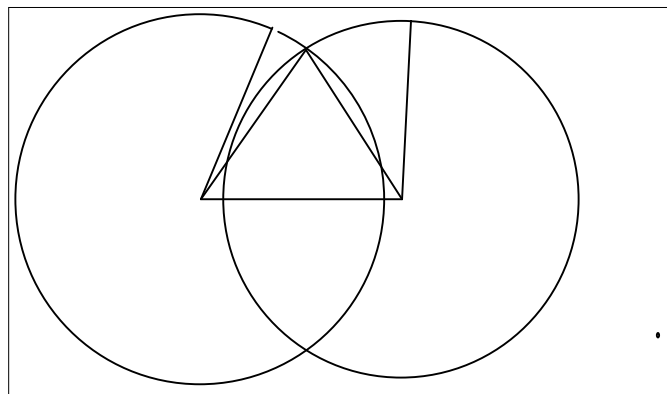
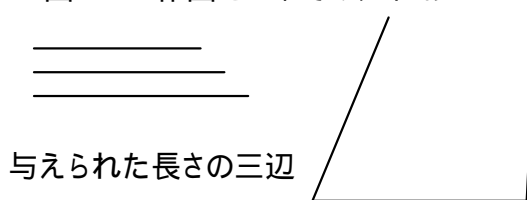


図3.17 決められた長さの円二つ

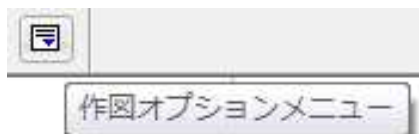
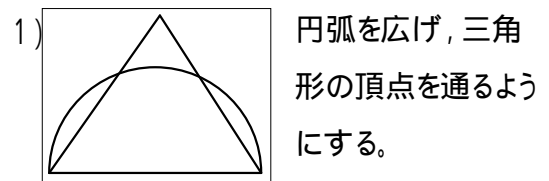


図3.14 作図オプションの選択



図3.18 図のグループ化

左から2番目'線を描くツール'の斜線のアイコンを選び、グリッド(格子点)7個,8個,9個分,三つの直線を描く。次いで斜線のアイコンを選び、グリッド(格子点)7個,8個,9個分,3つの直線を描く。次にコピーし、回転させ移動する。円弧を描くアイコンをクリックし、円の中心を指定して与えられた2つの円を描く。円の交点CとA,及びBを結ぶ。ついで円弧全てを消去する。辺がばらばらにならないように,3辺を指定して,グループ化のモードを選び固定する。円弧及び作業用の辺を消す。円弧ツールを指定し,作図オプションメニューを選び“円弧の種類-円弧の両端指定”を選ぶ。底辺ABを通り,頂点Cを通る円弧を,円弧の両端指定モードで描く。



2) 頂点を通るように調節

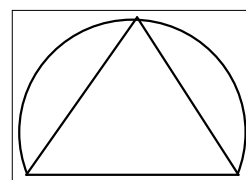
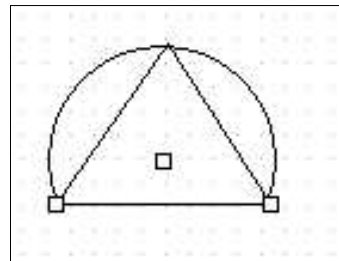




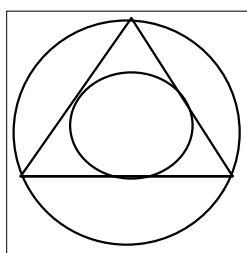
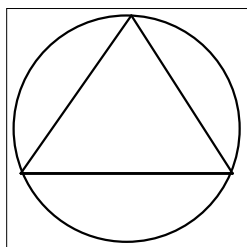
図3.19 円弧の種類を選択

3) 円の中心が格子点(グリッド)にくるように微調節

円弧の中心がグリッドの位置に来るように矢印キーを使って微調節する。円弧を消し、中心の点を元に頂点を通る円を画く。



4) 求めた中心をもとに円を画く。



三角形の二つの角について、角の2等分線を引き、その交点を求めるとその点がかが内接円の中心である。コンパスを使う要領で画けばよい。

4. おわりに

2003年6月のソフトウェア特集で、紹介できなかったこと及びカルキングVer8で新たに追加された機能のうち、筆者が便利だと思うものの内の幾つかを解説した。項目の選び方は、筆者の独断によるものである。使ってみて数式処理機能の基本機能についてはMathematica及びMapleの機能とくらべ遜色がない。何よりカルキングの優れているところは、カルキングの中で、文書及び数式の混ざった文がそのまま書けることである。文字の前後左右の添え字が自由に書け、前後左右のスペースを微調節できるのは素晴らしい。その他、数式、作図部品を登録

しておき任意の箇所で貼り付ける機能がある。定型的な数式、化学構造式の作成等に使用される。プログラム言語の機能も素晴らしく、構造化プログラミングが意識せずにでき、構造的に見やすく、分かりやすいプログラムが自然に出来上がる。その上、複素数の計算を含む多重精度の計算ができる。C言語で精度がでなくて苦労した人には朗報である。現在は1000桁までの計算であるが、10万桁の精度で計算できるようにするのに、プログラムの変更は些細なことであり、パソコンの演算速度、主記憶装置の容量も増えてきているので、次のバージョンでは拡張されるかも知れない。なお本原稿はカルキングで記述され、これをZipで圧縮されたものはわずか155KBであった。なお、この紹介を書くにあたり、サポートセンターには一方ならず使い方について教えて頂いた。分かってみれば、マニュアルに殆ど親切に書かれていたが、マニュアルを読まないで使ったのが原因である。お礼申しあげたい。

参考文献

カルキングVer8 ユーザーズガイド:株式会社シンプレックス, 2007.8