

< 方程式 >

一元多項方程式

1) $x^2-1=0$ $x=1$ $x=-1$

2) 虚数解 (複素数モード)

$$x^4-6x^3-2x-8=0$$

$$x = 0.4335529413 + 1.088845248i$$

$$x = 0.4335529413 - 1.088845248i$$

$$x = 6.089367057$$

$$x = -0.9564729399$$

3) 厳密解 (分数表示・ルート表示)

3次以下の方程式で可能

$$\frac{7}{6}x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \quad x = -1 + \frac{1}{14}\sqrt{70} \quad x = -1 - \frac{1}{14}\sqrt{70}$$

$$x^3-5=0$$

$$x = \sqrt[3]{5}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} (-\sqrt[3]{5})i + \left(-\frac{\sqrt[3]{5}}{2}\right)$$

$$x = \left(-\frac{\sqrt[3]{5}}{2}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} (-\sqrt[3]{5})i$$

4) 記号解 (記号表示) 2次以下の方程式で可能 未知数を指定する

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{-4ac+b^2}}{2a} \quad x = \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{-4ac+b^2}}{2a}$$

連立一次方程式

$$1) \begin{cases} a+b+c+d=0 \\ a+2b+3c+4d=5 \\ 2a-4b-16c-8d=32 \\ -a+3b-6c+9d=10 \end{cases} \quad \begin{matrix} a = \frac{277}{29} \\ b = -\frac{965}{58} \\ c = -\frac{11}{29} \\ d = \frac{433}{58} \end{matrix} \quad \begin{matrix} a = 9.552 \\ b = -16.638 \\ c = -0.379 \\ d = 7.466 \end{matrix}$$

小数解、分数解のどちらも可

2) 添字つきの未知数も可

$$\begin{cases} a_1+a_2+a_3=0 \\ -a_1+a_2+a_3=-1 \\ -a_1+a_2-a_3=-5 \end{cases} \quad \begin{matrix} a_1 = 0.5 \\ a_2 = -2.5 \\ a_3 = 2 \end{matrix}$$

3) 記号解も可 (未知数を指定)

$$\begin{cases} x-ay=b \\ cx-2y=-5 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = \frac{-5a-2b}{ac-2} \\ y = \frac{-bc-5}{ac-2} \end{matrix}$$

(参考) 行列による連立方程式の解法

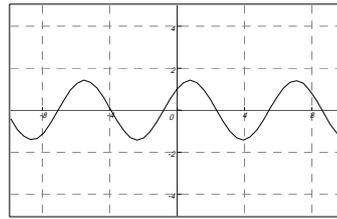
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

式を変形して計算

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -2.5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

ニュートン法による解法

$$\sin t + \cos t = 0$$



・グラフ表示機能により解のおおよその見当をつけ初期値を入力

(上は、グラフ機能で作成、貼り付けたグラフです)

・1回の実行で1つの解が求まる。

$$t = 2.356194 \quad t = 5.497787 \quad t = 8.63938$$

(3回実行した結果)

・度分秒表示 (プロパティを設定し保存できます)

$$\sin t + \cos t = 0 \quad t = -405^\circ \quad t = -45^\circ \quad t = 315^\circ \\ t = -225^\circ \quad t = 135^\circ \quad t = 495^\circ$$

区間指定法による解法

1) $\sin t + \cos t = 0$

・グラフ表示機能により解のおおよその見当をつけ区間を設定

・区間内の全ての解が求まる。

$$t = -7.068583 \quad t = -0.7853982 \quad t = 5.497787 \\ t = -3.926991 \quad t = 2.356195 \quad t = 8.63938$$

2) $\sum_{k=1}^3 a_k t^k = 10 \quad t = 1.238226414$

$a = \{1, 2, 3\}$ とする

3) $\int_0^x (-t^2 + \sin t) dt = 0 \quad x = 1.300229986$

4) 未知数が漢字変数

$$\sin \text{角度} + \cos \text{角度} = 0$$

$$\begin{matrix} \text{角度} = & -405^\circ & \text{角度} = & 135^\circ \\ \text{角度} = & -225^\circ & \text{角度} = & 315^\circ \\ \text{角度} = & -45^\circ & \text{角度} = & 495^\circ \end{matrix}$$

(応用) 行列の固有値

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{の固有値を求める}$$

一元多項式による方法

$$\text{固有方程式入力} \quad \begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -1 \\ 1 & 2-\lambda & 1 \\ 2 & 2 & 3-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{matrix} \lambda = 3 \\ \lambda = 2 \\ \lambda = 1 \end{matrix}$$

区間指定法による方法

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(A - xE) = 0 \quad \begin{matrix} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{matrix}$$